9) Relazioni fra gli elementi di un triangolo rettangolo.

Se ABC è un triangolo rettangolo in A, indichiamo con a, b, c, le misure, intese nel senso della geometria elementare, dei lati rispettivamente opposti ai vertici A, B, C, e con: α, β, γ, le misure degli angoli aventi i vertici, rispettivamente, in A, B, C[1].
Valgono, come è noto, le seguenti relazioni:

$$\begin{cases} b = a\,\text{sen}\beta \\ c = a\cos\beta \\ b = c\,\text{tg}\beta \\ c = b\,\text{ctg}\beta \end{cases} \qquad \begin{cases} c = a\,\text{sen}\gamma \\ b = a\cos\gamma \\ c = b\,\text{tg}\gamma \\ b = c\,\text{ctg}\gamma. \end{cases}$$

10) Relazioni fra gli elementi di un triangolo qualunque.

I) *Teorema dei seni (e della corda):*

$$\frac{a}{\text{sen}\alpha} = \frac{b}{\text{sen}\beta} = \frac{c}{\text{sen}\gamma} = 2R,$$

ove R indica il raggio del cerchio circoscritto al triangolo.

II) *Teorema delle proiezioni.*

$$\begin{cases} a = b\cos\gamma + c\cos\beta \\ b = c\cos\alpha + a\cos\gamma \\ c = a\cos\beta + b\cos\alpha. \end{cases}$$

III) *Teorema del coseno o di* CARNOT.

$$\begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 - 2\,bc\cos\alpha \\ b^2 = c^2 + a^2 - 2\,ac\cos\beta \\ c^2 = a^2 + b^2 - 2\,ab\cos\gamma. \end{cases}$$

IV) *Teorema delle tangenti o di* NEPERO.

$$\frac{a-b}{a+b} = \frac{\text{tg}\,\frac{\alpha-\beta}{2}}{\text{tg}\,\frac{\alpha+\beta}{2}}; \qquad \frac{b-c}{b+c} = \frac{\text{tg}\,\frac{\beta-\gamma}{2}}{\text{tg}\,\frac{\beta+\gamma}{2}}; \qquad \frac{c-a}{c+a} = \frac{\text{tg}\,\frac{\gamma-\alpha}{2}}{\text{tg}\,\frac{\gamma+\alpha}{2}}.$$

11) Area del triangolo.

$$S = \frac{1}{2}\,ab\,\text{sen}\gamma = \frac{1}{2}\,bc\,\text{sen}\alpha = \frac{1}{2}\,ca\,\text{sen}\beta;$$

$$S = \frac{a^2\,\text{sen}\beta\,\text{sen}\gamma}{2\,\text{sen}\alpha} = \frac{b^2\,\text{sen}\gamma\,\text{sen}\alpha}{2\,\text{sen}\beta} = \frac{c^2\,\text{sen}\alpha\,\text{sen}\beta}{2\,\text{sen}\gamma};$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \qquad \textit{(formula di ERONE)},$$