$f(x) = x \cdot sen\left(\frac{1}{x}\right)$; DOMINIO $x \neq 0$; PRODOTTO DI FUNZIONI CONTINUE x e $sen\left(\frac{1}{x}\right)$

INT. ASSI
$$\begin{cases} f(x) = 0 \\ x \cdot sen\left(\frac{1}{x}\right) = 0 \end{cases} \Rightarrow sen\left(\frac{1}{x}\right) = 0 \quad \text{se } x = \frac{1}{\pm\pi}, \frac{1}{\pm 2\pi}, \frac{1}{\pm 3\pi} \dots \frac{1}{k\pi}$$

con k intero positivo o negativo

ASINTOTI

$$\lim_{x \to \emptyset} x \cdot sen\frac{1}{x} = \emptyset \cdot sen\frac{1}{\emptyset} = \emptyset \cdot sen\,\infty = \emptyset$$ ESSENDO IL sen ∞ COMUNQUE UN VALORE COMPRESO TRA -1 e 1 SI HA CHE $\emptyset \cdot [-1, 1]$ È $= \emptyset$

SI PUÒ VERIFICARE POI CHE $\left|f(x)\right| = \left|x \cdot sen\left(\frac{1}{x}\right)\right| = |x| \cdot \left|sen\left(\frac{1}{x}\right)\right| \leq |x|$ _ PERCHÉ IL $\left|sen\left(\frac{1}{x}\right)\right|$ È SEMPRE UN VALORE COMPRESO TRA $[0, 1]$, SI HA ~~PERCIÒ~~ $|x| \cdot [0, 1] \leq |x|$; CIÒ SIGNIFICA CHE IL DIAGRAMMA DELLA FUNZIONE $f(x)$ È COMPRESO TRA LE RETTE $y = |x|$, CIOÈ $y = x$ e $y = -x$

Se LA PORZIONE DI FUNZIONE $sen\left(\frac{1}{x}\right) = 1$ (CIOÈ QUANDO $x = \frac{2}{\pm\pi}, \frac{2}{\pm 5\pi} \dots$) IN QUESTO CASO MOLTIPLICA x E SI OTTIENE IL CONTATTO PROPRIO CON $y = x$ _ QUINDI NEI PUNTI $x = \frac{2}{(4k+1)\pi}$ $(k = 0; \pm 1; \pm 2 \dots)$ LA FUNZIONE $f(x) = x \cdot sen\left(\frac{1}{x}\right)$ TANGE LA RETTA "LIMITE" $y = x$.

VICEVERSA QUANDO $sen\left(\frac{1}{x}\right) = -1$, CIOÈ NEI PUNTI $x = \frac{2}{(4k-1)\pi}$ LA $f(x) = x \cdot sen\left(\frac{1}{x}\right)$ TANGE LA RETTA $y = -x$.

PER QUALSIASI INTORNO DELL'ORIGINE ESSA ASSUME VALORI POSITIVI E NEGATIVI, COMPIENDO OSCILLAZIONI LE CUI AMPIEZZE TENDONO A DIMINUIRE AL TENDERE DI $x \to \emptyset$

IL GRAFICO CHE NE SEGUE SFUGGE ALLA NOSTRA INTUIZIONE PERCIÒ È SOLO APPROSSIMATIVO _